FACULTAD DE INGENIERÍA

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA

LABORATORIO DE ELECTRÓNICA

Autores

Cristian Soto Ormeño   Eduardo Viera Riquelme

Segundo Semestre 2022

1. Objetivos del curso

1.1. Objetivo general del curso

Poner en práctica los conocimientos de electrónica aprendidos en cursos anteriores.

1.2. Objetivos específicos

- Desarrollar las habilidades de trabajo en un laboratorio de electrónica.
- Aprender que hay límitantes en el trabajo real con electrónica.
- Trabajar con los circuitos más emblemáticos de la electrónica análoga.
- Aprender a usar la instrumentación básica utilizada en electrónica.

2. Sesión I: Instrumentación

2.1. Objetivo general de la Sesión I

Entender los efectos que genera la instrumentación sobre los circuitos bajo estudio.

2.2. Objetivos específicos de la Sesión I

- Usar correctamente un osciloscopio.
- Usar correctamente un multímetro.
- Usar correctamente las fuentes de alimentación y generadores de señal.

2.3. Marco teórico

En general los circuitos debe interactuar con instrumentación de distinto tipo, como fuentes de poder u osciloscopios. Por otro lado, los instrumentos están constituidos por circuitos. Por tanto, cuando se conecta un circuito a un instrumento, lo que se está haciendo es acoplar dos circuitos.

Dado lo anterior, es necesario que la instrumentación afecte lo menos posible los circuitos o sistemas, ya sea cuando están bajo prueba o en funcionamiento.

La instrumentación con la que se trabaja en esta Sesión es: Fuentes de poder, generadores de señales, multímetros y osciloscopios.

2.3.1. Osciloscopio

El osciloscopio es un instrumento de representación gráfica, que permite visualizar señales en un sistema cartesiano. Esta representación se hace sobre una pantalla, y permite analizar cuantitativamente y cualitativamente la señal. Por lo general la intensidad de la señal está representada en el eje Y, mientras que el tiempo lo está en el eje X. La excepción a esto, es cuando se pone una señal en cada eje. Si las señales representadas de esta última forma son senoidales (armónicas), a la representación resultante se le suele llamar curvas de *Lissajous* [1].

En la actualidad existen dos tipos de osciloscopios, los análogos y los digitales. Los primeros en ser desarrollados fueron los análosgos, por lo tanto mucho del formalismo o lenguaje relativo a los osciloscopios, es heredado de estos primeros instrumentos.

Osciloscopio análogo

La parte posterior de la pantalla de un osciloscopio análogo está cubierta de una capa de willemita u ortosilicato de zinc. Esta capa es luminiscente, es decir, emite luz cuando se excita (fluorescencia) o cuando deja de hacerlo (fosforescencia). Para excitar la pantalla se usa un haz de electrónes, llamado haz de rayos catódicos. Cuando el haz de electrónes alcanza la pantalla, se forma un punto luminoso. Si a este punto luminoso se le da la capacidad de recorrer la pantalla, se verá una curva continua formada por todas las posiciones que va ocupando el punto. Cuando una señal es conectada al osciloscopio, el punto luminoso se mueve según esa exitación, lo que permite visualizarla en pantalla. Como la representación de la intensidad está en

[1] Al no ser que se diga explícitamente lo contrario, siempre se entenderá que el eje Y es para la intensidad y el eje X para el tiempo.

el eje Y, los movimientos verticales del punto luminoso están asociados a la variación en amplitud de la señal, mientras que los movimientos horizontales, están asociados a la variación temporal. Si la señal bajo estudio varía muy rápido, la pantalla no recibiría la suficiente exposición, por lo tanto la curva se verá con poco brillo. Por el contrario, si la variación es muy lenta, la pantalla pierde el brillos cada vez que el punto se desplaza, pues no se puede mantener por mucho tiempo la luminiscencia en las zonas en que el haz ha impactado, lo que impide que se vea un curva continúa. En este caso solo se ve el punto que recorre la pantalla, sin formar curva alguna.

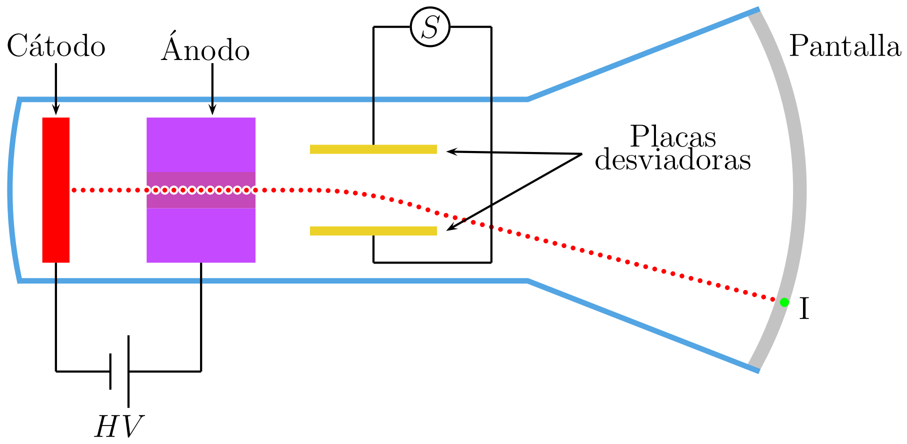


Figura 1: Esquema de un tubo de rayos catódicos

El elemento central de un osciloscopio análogo, es el tubo de rayos catódicos (TRC); donde uno de sus extremos es la pantalla del osciloscopio (ver Figura 1). Dentro del TRC se genera el haz de rayos catódicos, que luego es usado para trazar la señal de interés. Este tubo está al vacío para evitar que los electrones del haz tengan interacción con partículas gaseosas, de lo contrario, estas partículas los frenarían. Este vacío también evita que exista ionización [2] dentro del tubo.

[2] Esta ionización se produce cuando los electrones impactan las partículas del gas, haciendo que sus átomos pierdan algunos de sus electrones. Esto produce átomos con carencia de electrones, por tanto su carga neta es postiva. Estos átomos cargados se denominan iones positivos. Por otro lado los electrones desprendidos quedarán dentro del tubo con su correspondiente carga negativa. La existencia de cargas positivas y negativas, puede generar una conducción brusca de corriente, lo que generaría un arco o chispazo, lo que en este caso es un efecto no deseado.

En el TRC, el haz de electrones surge del cátodo, que es calentado a temperaturas del orden de los 800 a los 1400°C, por lo que es llamado cátodo caliente. Al calentar este elemento, los electrónes absorven energía térmica, lo que hace que puedan escapar del material. A estos electrónes se les llama electrones térmicos o termoelectrones, mientras que al fenómeno se le denomina emisión termoiónica. Como el catódo es negativo, repele los termoelectrones, expulsándolos de su superficie. El haz de rayos catódico, se forma a partir de estos electrones, los que son acelerados y colimados [3].

Para acelerar los electrónes, se pone un ánado frente al cátodo. Este ánodo no está caliente, y suele tener la forma de un cilindro con un hueco a través de su eje. Dado que el ánodo es positivo, se forma un campo eléctrico entre el cátodo y el ánodo, lo que hace que los electrónes que salen desde el cátodo, sean atraído por el ánodo, pasen a través de su orificio, y continúen su trayecto en línea recta hasta llegar a las placas desviadoras (Figura 1).

Las placas desviadoras son dos superficies conductoras paralelas, sobre las cuales se aplica la señal S que se quiere estudiar. Cuando el haz de electrones pasa a través de la región comprendida entre las placas, es afectado por el campo eléctrico que genera la señal, por lo tanto las desviaciones del haz es un reflejo de las características de la señal bajo estudio.

La desviación del haz producto de la señal aplicada, hace que los electrones impacten sobre una línea vertical en medio de la pantalla. Por ejemplo, si la señal es de 0 volt, la placa no deviará al haz, impactando éste en el centro de la pantalla. En cambio si la señal es positiva (suponiendo que la fase se aplique a la placa superior), el punto I estará en la parte superior de la pantalla. Mientras que si S es negativa, el punto I estará en la parte inferior. Por el contrario, si la señal es senoidal, el punto I subirá y bajará armónicamente, describiendo una línea vertical.

Como se dijo, el osciloscopio muestra la señal en un sistema cartesiano. Sin embargo, según lo planteado, solo se ve una recta vertical en medio de la pantalla. Para lograr que la señal se dibuje como una representación matemática, es necesario desviar horizontalmente el rayo de electrones, en donde la rapidez de la desviación está relacionada con el tiempo. Para desviar lateralmente el haz, se pone otro par de placas desviadoras perpendiculares a las anteriores (Figura 2). Este par de placas desviará horizontalmente el haz con una rapidez constante, lo que permite trazar la señal en la pantalla. Como el ancho de la pantalla es limitado, cuando el haz llegue al extremo derecho, deberá moverse al extremo izquierdo para iniciar nuevamente el barrido.

La desviación horizontal del haz debe ser a una tasa constante, pues

[3] Colimar electrones es hacer que sus trayectorias sean paralelas entre sí. Esto se logra con campos eléctricos, magnéticos o una combinación de ambos

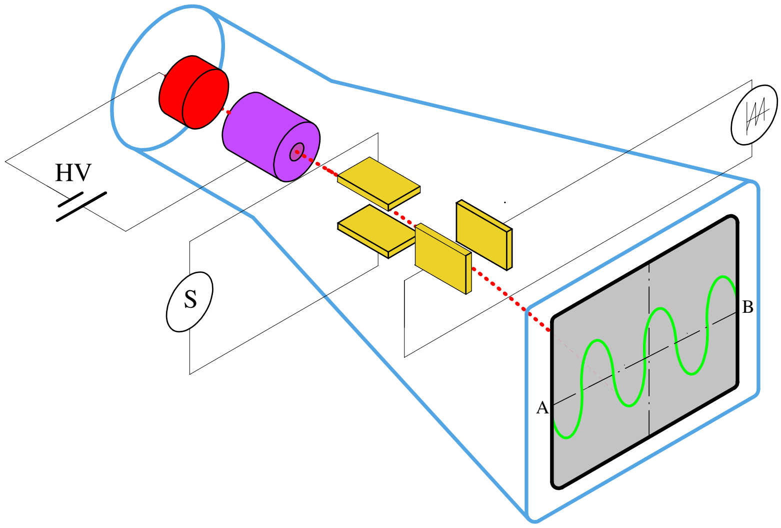


Figura 2: Esquema de un osciloscopio análogo

desde el punto de vista matemático, el tiempo es una variable independiente. Esta desviación se logra aplicando un voltaje lineal a las placas desviadoras. Como el haz debe recorrer continuamente la pantalla, es necesario aplicar una señal periódica y lineal para cada intervalo. La función que cumple con esta característica es la dientes de sierra (Figura 3). Suponiendo que la fase se aplica a la placa de la izquierda de la Figura 2, entonces un voltaje negativo hace que el haz se mueva al extremo izquierdo. A medida que el voltaje aumenta, el rayo se moverá hacia el centro. Cuando el voltaje cruce por 0 volt, el rayo estará en la mitad de la pantalla, mientras que para llevarlo al extremo derecho se requiere un voltaje positivo.

La Figura 3 esboza la forma de onda aplicada a las placas de desviación horizontal. En esta figura, el lado izquierdo de la pantalla está reclacionado con el punto A de la curva, mientras que el lado derecho lo está con el punto B.

Una vez que el haz llega al extremo derecho, debe volver al lado izquierdo para continuar el siguiente barrido, esto se hace en un tiempo t_R, llamado tiempo de retroceso o $flyback$. Por lo general este tiempo es despreciable, y se suele ignorar. Durante el retroceso, es necesario que el haz esté apagado, de lo contrario aparecería su traza en la pantalla. Este apagado se logra interponiendo una rejilla de control entre el cátodo y el ánodo. Una rejilla como ésta, es conectada a un voltaje negativo que regula la cantidad de electrones que llegan al ánodo. De esta manera, si la rejilla tiene el mismo

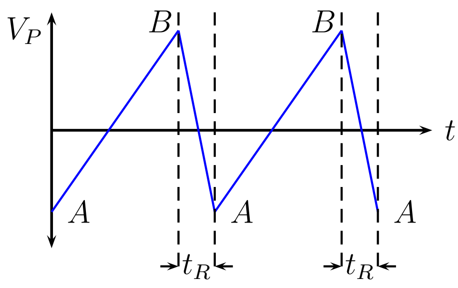


Figura 3: Voltaje aplicado a las placas de desviación horizontal

voltaje del cátodo, no deberíeran saltar electrónes al ánodo, con lo que se logra apagar el haz. Esta rejilla también es útil para variar la intensidad de la curva que dibuja la señal en la pantalla, pues al variar la cantidad de electrónes, variará la luminiscencia de la pantalla.

Cuando el haz se mueva al extremo izquierdo, comenzará a dibujar nuevamente la curva, sin embargo la señal ha cambiado en ese lapso. Lo anterior genera un problema, ya que la señal se verá con un corrimiento con respecto al barrido anterior. Esto es principalmente crítico cuando la señal es senoidal. Para evitar este problema, se hace que el rayo se encienda justo en el punto en donde comenzó a mostrar la curva del barrido anterior. Este encendido se llama gatillo (*trigger*). El gatillo permite que todos los barridos comiencen el trazado de la señal solo cuando ésta alcanza un determinado valor y pendiente. La pendiente a la que hace referencia, se le suele denominar flanco. De esta forma, si se quiere disparar el osciloscopio cuando la curva tiene pendiente positiva, se elige un gatillo con flanco de subida, por el contrario, cuando se quiere disparar con pendiente negativa, se usa un gatillo con flanco de bajada.

La Figura 4 muestra una señal sin usar el gatillo. En esta medición, el primer barrido comienza en el punto 1, una vez que la señal es trazada en pantalla, comienza el segundo barrido, el que ahora parte en $1'$. Finalmente el tercer barrido inicia en $1''$. En estas condiciones el usuario verá que todos los barrido comienzan en distintos puntos del extremo izquierdo de la pantalla. Esta representación muestrar una curva moviéndose de forma similar al avance de una onda viajera. Este tipo de visualización puede ser molesto, si se quiere por ejemplo, determinar el período de la señal. Para evitar esta situación se usa el gatillo, de manera que si el usuario quiere que todos los

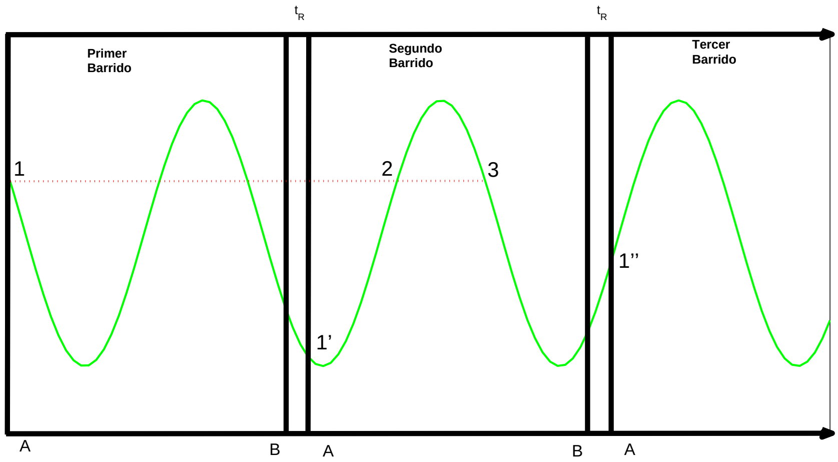


Figura 4: Medición sin gatillo

barrido se vean iguales al primero [4], entonces deberá ajustar a partir de qué valor el osciloscopio comience a trazar la señal. En la Figura 4, este valor está marcado por la línea roja. Sin embargo existen dos puntos con el mismo valor, estos son el punto 2 y 3. Para elegir el punto correcto, se debe ver qué pendiente logra que todos los barridos comiencen en el mismo lugar. Como en el primer barrido, la curva en 1 tiene pendiente negativa, entonces se debe configurar un flanco de bajada. Al hacer esto, la señal se verá como en la Figura 5, donde todos los barridos parten (y terminan) en el mismo punto, lo que hace que la señal se vea estacionaria.

Por último, como el gatillo permite elegir el valor y la pendiente a partir de la cual se debe comenzar el trazado de la señal, también es usado para ver pulsos. Si por ejemplo se quiere ver un pulso positivo mayor a $5V$, entonces el nivel del disparo se pone en ese valor y se ajusta un flanco de subida, es decir, el osciloscopio mide solo cuando el pulso supera los $5V$. Si por el contrario, se quiere medir en el momento en que el pulso es menor a $5V$, entonces se elige el mismo valor de disparo, pero ahora con flanco de bajada.

Como se dijo, la señal que se quiere visualizar se aplica a las placas que desvían verticalmente el haz de rayos catódicos. Sin embrago, la forma de aplicar esta señal es algo más compleja de lo que aquí se plantea. Pues entre la señal y las placas, existe una etapa de amplificación y acondicionamiento. Otra cosa a tener en cuenta, es que para señales rápidas, la intensidad de la curva trazada tiende a ser poco luminosa. Para ajustar la luminosidad de la curva, se debe variar el voltaje de la rejilla de control que está entre el cátodo

[4]Esto se puede hacer solo porque la señal es períodoca.

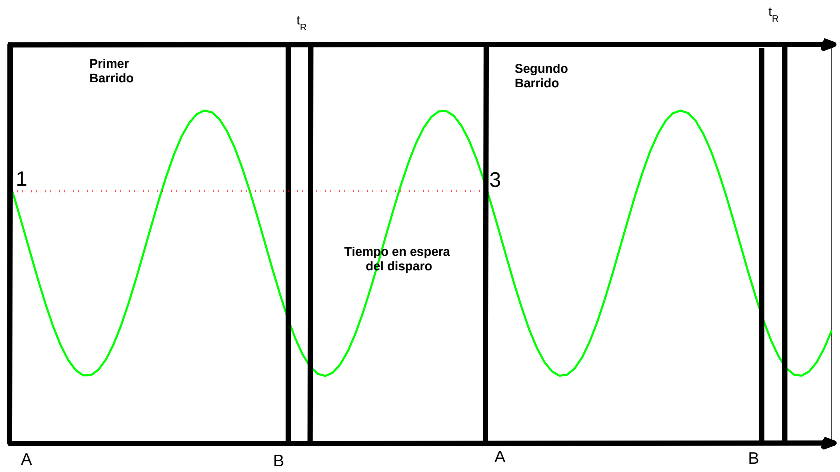


Figura 5: Medición con gatillo

y el ánodo. Esta opción suele estar disponible para el usuario en una perilla o control llamado intensidad.

Cuando se analizan pequeñas señales, muchas veces es necesario hacer que la traza se un línea lo más fina posible. Esto se logra al colimar los electrónes en una sección trasversal de menor tamaño, lo que hace que el haz sea más estrecho. Para esto los osciloscopio suelen tener un control que maneja el grosor de la línea. Este control se suele llamar foco.

Con respecto al nombre de las placas, se aplica la siguiente convención: Las placas que desvían horizontalmente el haz, se llaman placas horizontales, aun cuando están colocadas en forma vertical, mientras que las placas que desvían verticalmente el haz, son llamadas placas verticales, aun cuando estén colocadas en forma horizontal.

Los osciloscopios no siempre usan placas para desviar el haz de electrones, sino que muchas veces usan pares de bobinas. El par de bobinas está formado por dos bobina puesta una frente a otra, con sus ejes en una misma línea, la que a su vez es perpendicular al eje del tubo de rayos catódicos. En este arreglo, la desviación se produce al aplicar corriente a las bobinas, las que reaccionan estableciendo un campo magnético que desvía el haz. En este caso también se habla de bobinas horizontales y verticales, siguiendo la misma convención establecidas para los osciloscopios con placas.

Osciloscopio digital

El oscilocopio digital toma muestras en intervalos de tiempos discretos. Una vez que las medidas son adquiridas, se representan en una pantalla. El muestreo lo hace un conversor análaogo digital (CAD). Como la señal es censada en forma discreta, existe la posibilidad de que su valor cambie entre cada muestra. Esto es crítico cuando la señal varía con rapidez, por lo tanto es preferible que el CAD sea capaz de muestrear a altas tasas por segundo. Las tasas de muestreo se miden en muestras por segundos.

En un osciloscopio digital, la medición no solo es discreta en el tiempo, sino que también en intensidad. Esto se debe a que los CADs tienen una cantidad finita de niveles para codificar una señal. La cantidad de niveles de un CAD, tiene que ver con los distintas combinaciones que pueda conformar. Estas combinaciones dependen de los bits del conversor. Por ejemplo, si se tiene una señal cuya amplitud varía de 0 a $5V$ y se muestrea con un CAD de 14 bits, se pueden hacer 2^{14} combinaciones, lo que da un total de $2^{14} - 1$ niveles para codificar la medición, siendo la menor división entre niveles igual a $5V/(2^{14}-1) \approx 0{,}3mV$. En cambio si el muestreo se hace con 8 bits, se tienen divisiones de solo $5V/(2^8 - 1) \approx 19,6mV$. Por lo anterior, es preferible que el conversor del osciloscopio tenga la mayor cantidad de bits posibles.

La versatilidad de los osciloscopios digitales está en la posibilidad de obtener parámetros y representaciones vetadas para sus símiles análogos. Esto se debe a que son capaces de guardar los datos, lo que posibilita someterlos a análisis posteriores.

Como se mencionó, los osciloscopios digitales heredan mucho del convencionalismo usado en los osciloscopios análogos, por lo tanto conceptos como gatillo, foco o intensidad, también aquí son usados.

Controles

Los osciloscopios tienen una gran cantidad de opciones dentro de sus menús. Algunas son muy especializadas, mientras que otras son usadas rara vez. Sin embrago, existen unos pocos controles que son suficientes para llevar a cabo una medición de forma satisfactoria. A continuación se explican los controles básicos de un osciloscopio análogo y digital.

- Atenuación o amplificación (volts/div): Ajusta el tamaño de grilla en el eje Y.
- Base de tiempo (seg/div): Ajusta el tamaño de grilla en el eje X.
- Gatillo (*Trigger*): Fija el nivel de disparo. También está acompañado de otro control para elegir el flanco.
- Intensidad (*Intensity*): Varía la intensidad de la curva. Permite ver las curvas más nítidas.

- Foco (*Focus*): Varía el grosor de la curva mostrada en pantalla.

- Acoplamiento de entrada (CC/CA/GND): Muchas veces las señales tienen una componente continua más una alterna. Si por alguna razón se quiere ver la señal en su totalidad, entonces se elige el acoplamiento CC. Sin embrago, si la parte continua no interesa, entonces se usa el acoplamiento CA, en cuyo caso solo se verá la parte alterna. El acoplamiento GND conecta la entrada a tierra, con lo que se consigue ver la línea a la que está referida la señal.

- Posición horizontal (Horizontal position): Permite correr el nivel al que está referida la señal en el eje X.

- Posición vertical (Verical position): Permite correr el nivel al que está referida la señal en el eje Y.

- Modo (Mode): Los osciloscopios suelen tener 2 canales, llamados CH1 y CH2. Muchas veces el usuario quiere ver los dos canales o solo uno. Para hacer esta elección, está el control Mode. De esta forma para ver solo el canal 1 se elije la opción CH1; para ver solo el canal 2, se usa CH2; mientras que para ver ambos, se selecciona DUAL.

  Algunos osciloscopios permiten ver la suma de las señales de ambos canales. Para elegir esa opción se pone Mode en ADD. Por último, si se desea que en el eje X ya no aparezca el eje del tiempo, sino que alguna otra señal de interés, entonces se debe poner el control Mode en XY.

Cada osciloscopio, tiene de una u otra forma los controles aquí descritos. Estos controles suelen estar en forma de perillas, botones o como parte de un menú.

Curvas de *Lissajous*

Cuando al osciloscopio se le aplica una señal en el eje X y otra al eje Y, la pantalla muestra una curva formada por los pares ordenados (X,Y). En este caso, la curva ya no depende explicitamente del tiempo, siendo éste solo un parámetro común a ambas señales. Desde el punto de vista matemático, las señales son funciones paramétricas.

Para lograr estas representaciones, se aplica una señal al canal CH1, y otra al canal CH2. De esta forma, el canal CH1 es la representación en el eje X, y CH2 en el eje Y. Finalmente, para ver la curva en pantalla, se debe seleccionar el control Mode en XY.

Si las señales aplicadas son armónicas, entonces la representación resultante se llama curva de *Lissajous*.

Para entender estos conceptos se dan los siguientes ejemplos.

Ejemplo 1

Suponiendo dos armónicas, de igual frecuencia y fase $\phi = 0$, dadas por $V_{0x}\cos(\omega t)$ en el CH1, y $V_{0y}\cos(\omega t + \phi)$ en el CH2. Para ver la representación que muestra el osciloscopio, debemos tratar ambas funciones como paramétricas eliminando el parámetro t. Esto se consigue mediante manipulación matemática.

$$X = V_{0x}\cos(\omega t) \Rightarrow \frac{X}{V_{0x}} = \cos(\omega t) \tag{1}$$

$$Y = V_{0y}\cos(\omega t + \phi) = V_{0y}\cos(\omega t + 0) \Rightarrow \frac{Y}{V_{0y}} = \cos(\omega t) \tag{2}$$

de (1) y (2),

$$Y = \left(\frac{V_{0y}}{V_{0x}}\right) X. \tag{3}$$

Dado que la ecuación (3) es una recta, entonces el osciloscopio mostrará una linea, cuya pendiente esta dada por la razón entre V_{0y}/V_{0x}. Desde un punto de vista más general, se puede establecer que para dos señales armónicas, de igual frecuencia y fase 0, la curva de *Lyssajous* es una recta.

Ejemplo 2

Suponiendo dos armónicas, de igual frecuencia y $\phi = \pi/2$; con $V_{0x}\cos(\omega t)$ en el CH1, y $V_{0y}\cos(\omega t + \phi)$ en CH2.

$$X = V_{0x}\cos(\omega t) \Rightarrow \left(\frac{X}{V_{0x}}\right)^2 = \cos^2(\omega t) \tag{4}$$

$$Y = V_{0y}\cos(\omega t + \pi/2) = -V_{0y}\sin(\omega t) \Rightarrow \left(\frac{Y}{V_{0y}}\right)^2 = \sin^2(\omega t), \tag{5}$$

sumando (4) y (5),

$$\left(\frac{X}{V_{0x}}\right)^2 + \left(\frac{Y}{V_{0y}}\right)^2 = 1 \tag{6}$$

La ecuación anterior representa una elipse con semiejes V_{0x} y V_{0y}. Si $V_{0x} = V_{0y} = V_0$, entonces el osciloscopio ya no mostrará una elipse, sino que proyectará un circulo de radio V_0.

Es posible seguir resolviendo situaciones como las anteriores, aunque la eliminación de t puede volverse tedioso. Sin embargo, este no es el objetivo que se persigue. Las curvas de *Lyssajous* sirven para establecer la relación entre las frecuencias de dos señales. Así por ejemplo, podemos obtener la frecuencia de una señal desconocida en función de una conocida.

La Figura 6 muestra las curvas de *Lissajous* para distintas relaciónes de frecuencia y fase. Para esta representación se usó $X = V_0 \cos(\omega_x t) = V_0 \cos(2\pi f_x t)$ en el CH1 y $Y = V_0 \cos(\omega_y t + \phi) = V_0 \cos(2\pi f_y t + \phi)$ en el CH2 [5].

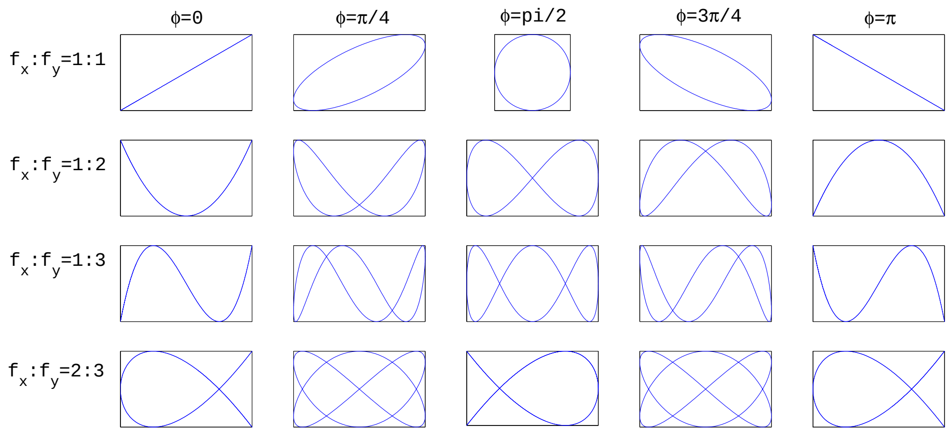


Figura 6: Curvas de *Lissajous*

Las curvas que son útiles para el anális son aquellas cerradas. Lo primero es identificar cuántas veces la curva toca la caja que la contiene (puntos de tangencia). Los puntos de tangencia están en el eje X e Y. Luego la relación entre los puntos de tangencia de cada eje, es inversa a la relación entre las frecuencias aplicada a cada una de esos ejes. Por ejemplo, la Figura 7 muestra una relación de frecuencia $f_x : f_y = 1 : 3$; ahí se ve que en el eje X existen 3 puntos de tangencia (X_1,X_2 y X_3), y solo un punto de tangencia en el eje

[5]Si en lugar de usar la función coseno, se usa un seno, las curvas de la Figura 6 aparecerán en otro orden.

Y (Y_1), o sea, la relación entre los puntos de tangencia, es inversa que la relación entre las frecuencias de los correspondientes ejes.

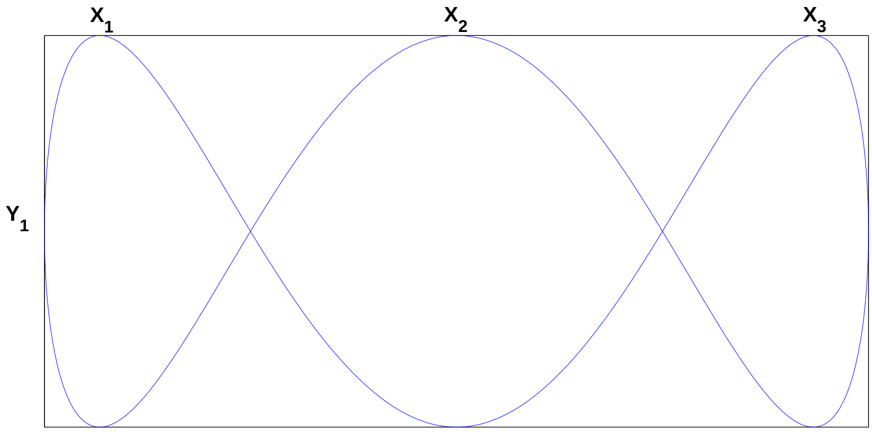


Figura 7: Curva de *Lissajous* para una relación $f_x : f_y = 1 : 3$

Sondas

Conectar un osciloscopio con el sistema bajo estudio no se puede hacer con un cable cualquiera, pues los cable ordinario tiende a degradar las señales. Para evitar esta degradación, se usa una conexión llamada sonda. De esta manera se logra que la señal que entra a la sonda, llegue con la mayor fidelidad posible al osciloscopio.

Según los requerimientos existen distintos tipos de sondas. Los tipos más comunes son las sondas pasiva. Estas sondas no poseen componentes activos, como trasnsistores o amplificadores operacionales, lo que hace que su descripción sea solo en términos de su resistencia, capacitancia e inductancia.

El ruido en una medición puede ser crítico cuando la señal es débil. Para evitar el ruido, el cable de la sonda es coaxial. Un cable coaxial está formado por un conductor central rodeado por otro conductor cilíndrico. Entre ambos hay un dieléctrico, que evita el contacto eléctrico, al mismo tiempo que mantiene una distancia constante entre ambos conductores. En un cable como éste, la señal va por el conductor central, mientras que la línea de retorno es el conductor exterior. Esto significa que la corriente que circula por el cable interior, es la misma que la que circula por el conductor exterior. Si al exterior del coaxial se aplica la ley de Ampère, el campo magnétio será cero.

Esto quiere decir que la señal, al no producir un campo externo, no disipará energía hacia el exterior, quedando la señal confinada en el coaxial. Si por el contrario, se aplica la Ley de Ampère solo al conductor interior, entonces el campo magnético no es nulo, lo que muestra la existencia de un campo entre los dos conductores. Si además, este campo magnético varía, entonces existirá un campo eléctrico igualmente variable, lo que indica que existe una campo electromagnético entre los conductores. Como entre los conductores hay un dieléctrico, entonces las características eléctricas del coaxial (resistencia, capacitancia e inductancia), dependen en gran medida de la respuesta de éste material y de la geometría de los conductores.

Para señales con frecuencia por sobre los giga hertz, muchas veces los coaxiales ya no son la mejor elección. Esto pone un límite a la frecuencia con la que puede trabajar un osciloscopio y su sonda. La regla básica para no tener una atenación excesiva, es que el ancho de banda del sistema formado por la sonda y el osciloscopio, sea mayor o igual a 5 veces la frecuencia de la señal que se desea medir. Con esta regla, se logra tener una perdida menor al 3 %.

Para caracterizar los efectos de una sonda, se construye un modelo de ésta. Este modelo contiene un condensador, una resistencia, y un inductor. Para frecuencias bajas, los efectos más importantes puede deberse solo a la resistencia de carga, sin embrago, para frecuencias altas, es importante los efectos de la reactancia inductiva y capacitiva, ya que estas dependen de la frecuencia [6].

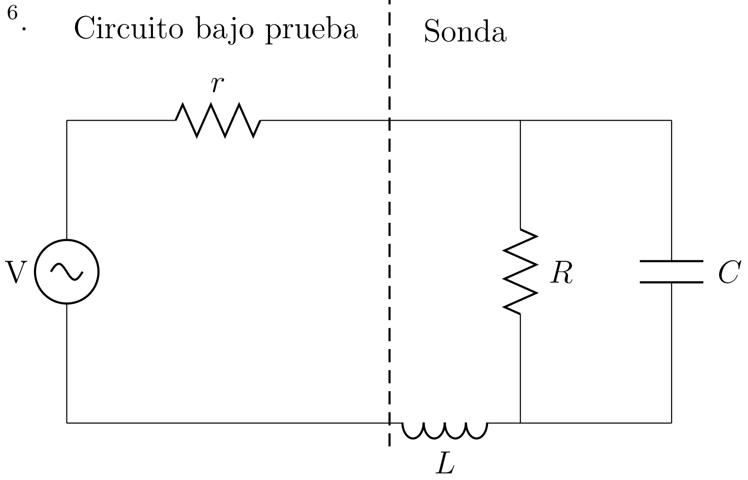


Figura 8: Modelo eléctrico de una sonda.

[6] La reactancia inductiva está dada por $\chi_L = \omega L$, y aumenta con la frecuancia, mientras que la reactancia capacitiva es $\chi_C = 1/\omega C$, y disminuye al aumentar ω.

La Figura 8 muestra una sonda conectada a un circuito bajo prueba. Este circuito está reducido a su equivalente de *Thévenin*. La inductancia de la sonda está distribuida en toda su estructura, razón por la cual está puesta en serie. La resistencia y la capacitancia serán importantes dependiendo de la frecuencia. Cuando las frecuencia es cero, los condensadores son prácticamente circuitos abierto, por tanto la carga de la sonda, dependerá exclusivamente de su resistencia, siendo sus efectos capacitivos despreciables. Sin embargo, a medida que la frecuencia aumenta, los condensadores van disminuyendo su impedancia, haciendo que la señal tienda a irse exclusivamente por ellos, por tanto la capacidad de la sonda será de mayor importancia. Como en algunas ocasiones la señal se carga a la resistencia y otras a la capacitancia, entonces el circuito se modela con R y C en paralelo, indicando que la señal puede pasar por una o ambas ramas.

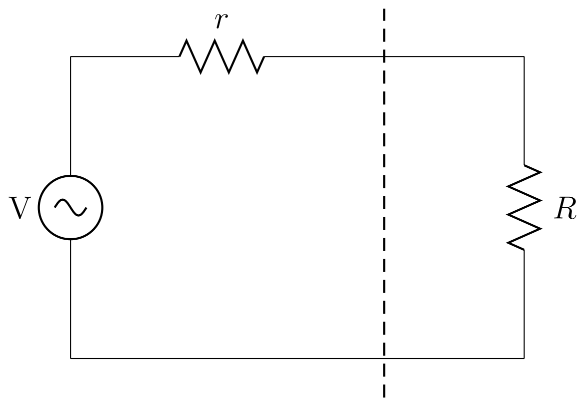


Figura 9: Modelo eléctrico de una sonda, efectos de la resistencia.

Efecto de la resistencia de entrada

Cuando se trabaja con señales de baja frecuencias, se puede reducir el análisis a mediciones de CC. En este caso, la reactancia inductiva es: $\chi_L = \omega L = 0(Hz) * L = 0\ \Omega$. Esto quiere decir que el inductor no presenta reactancia, por lo tanto se puede reemplazar por un cortocircuito. Por otro lado, la reactancia en el condensador es: $\lim\limits_{\omega \to 0} \chi_C = \lim\limits_{\omega \to 0} 1/\omega C = \infty\ \Omega$, lo que indica que el condensador se puede cambiar por un circuito abierto. Dado lo anterior, la sonda se reduce al modelo mostrado en la Figura 9. En esas condiciones el voltaje en la sonda, V_s, está dado por:

$$V_s = V\left(\frac{R}{R+r}\right) = V\left(\frac{1}{1+\frac{r}{R}}\right) \tag{7}$$

En una sonda ideal, $V_s = V$, lo que en la práctica es imposible. En cambio, si la resistencia de la sonda, R, es a lo menos 100 veces mayor que la del dispositivo, r. Entonces, en el peor de los casos $r/R = 0{,}01$, con lo que obtiene

$$V_s = V\left(\frac{1}{1+0{,}01}\right) \approx V * 0,99 \tag{8}$$

El resultado anterior indica que cuando la sonda tiene una resistencia 100 veces mayor que la resistencia de *Thevenin* del sistema bajo prueba, el error en la medicón es de solo un 1 %, lo que es bastante aceptable. En base a lo anterior, se concluye que la resistencia de la sonda debe ser lo más alta posible.

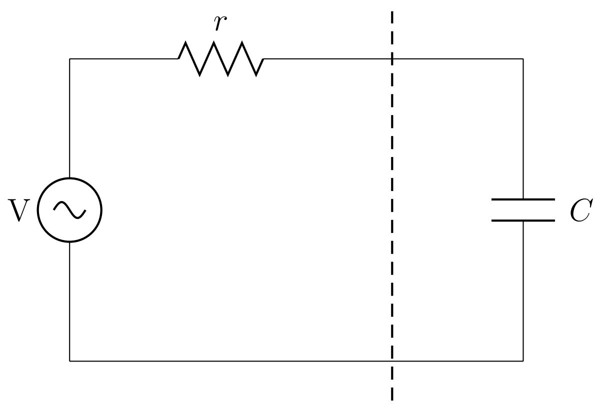


Figura 10: Modelo eléctrico de una sonda, efectos de la capacitancia.

Efecto de la capacitancia de entrada

A medida que la frecuencia aumenta, disminuye la reactancia capacitiva, lo que hace que la señal se vaya por el condensador en lugar que por R. En este caso, la sonda se reduce al modelo de la Figura 10. Aquí, la sonda y el circuito bajo prueba forma una red rC, lo que hace que la señal en la sonda dependa de la respuesta del condensador. Como los condensadores necesitan un tiempo para cargarse (o descargarse), la reacción de la sonda se ve retrasada, sobre todo cuando la señal bajo estudio varía rápidamente.

Esto se puede analizar estudiando la respuesta de la sonda a una entrada escalón.

Suponiendo una función escalón dada por

$$V(t) = \begin{cases} V_0 & \text{si } t \geq t_0; \\ 0 & \text{if } t < t_0. \end{cases}$$

entonces la malla de la Figura 10 queda descrita por:

$$V(t) = ri(t) + \frac{Q(t)}{C} = r\frac{dQ(t)}{dt} + \frac{Q(t)}{C}, \tag{9}$$

cuya solución es

$$Q(t) = V_0 C \left(1 - e^{-\frac{(t-t_0)}{rC}}\right), \tag{10}$$

siendo el voltaje de la sonda,

$$V_s(t) = \frac{Q(t)}{C} = V_0 \left(1 - e^{-\frac{(t-t_0)}{rC}}\right). \tag{11}$$

Esto indica que cuando $t = t_0$, el voltaje en la sonda no sube a V_0 en forma instantánea, sino que tarda el tiempo equivalente a cargar el condensador (ver Figura 11).

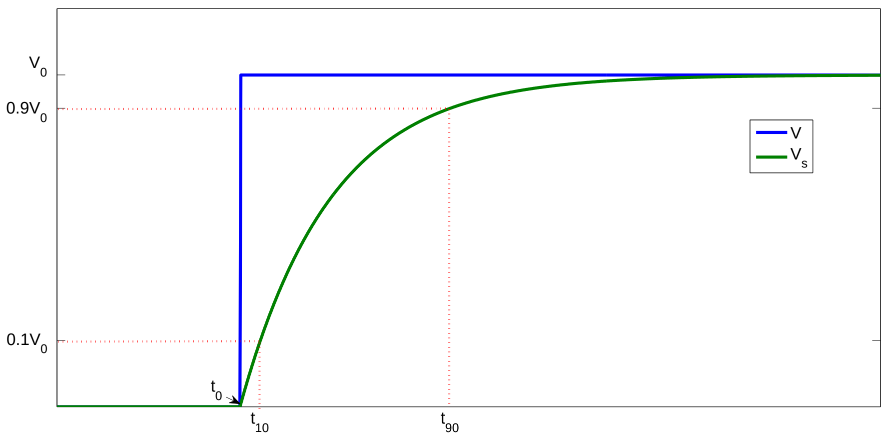


Figura 11: Respuesta de la sonda a una función escalón.

Para cuantificar el tiempo que demora la sonda en llegar al voltaje deseado, se define arbitrariamente, que la respuesta de la sonda comienza en el momento en que el voltaje en ella, es un 10 % del valor final; mientras que se considerá que el valor final se ha alcanzado, cuando la sonda tiene al menos un 90 % de ese valor. A la diferencia de tiempo que demora la sonda en alcanzar el 10 % y el 90 % se le llama tiempo de subida (*rise time*), y está dado por $t_s = t_{90} - t_{10}$.

Como t_{10} se alcanza cuando $V_s = 0{,}1V_0$, entonces

$$V_s(t = t_{10}) = 0,1V_0 = V_0\left(1 - e^{-\frac{(t_{10}-t_0)}{rC}}\right). \qquad (12)$$

$$\Rightarrow t_{10} = t_0 + rc * ln(10/9) \qquad (13)$$

y t_{90} cuando $V_s = 0{,}9V_0$,

$$V_s(t = t_{90}) = 0,9V_0 = V_0\left(1 - e^{-\frac{(t_{90}-t_0)}{rC}}\right). \qquad (14)$$

$$\Rightarrow t_{90} = t_0 + rc * ln(10), \qquad (15)$$

con lo que se obtiene.

$$t_s = t_{90} - t_{10} \qquad (16)$$

$$t_s = rc * ln(9) \qquad (17)$$

$$\boxed{t_s \approx 2,2 * rc} \qquad (18)$$

Como se acaba de demostrar, el tiempo de subida depende directamente de la capacitancia de la sonda, por lo tanto, el valor de C debe ser siempre lo más pequeño posible. De esta forma, al ser menor el tiempo de subida, la sonda responde más rápido. El concepto de tiempo de subida [7], es importantes, pues pone un límite al ancho de los pulsos que se pueden medir, ya que pulsos con un ancho menor que t_s, se verán distorsionados.

Efecto de la inductancia de entrada

[7] También existe un tiempo de bajada (*fall time*) definido como de tiempo que se demora en bajar del 90 % al 10 %.

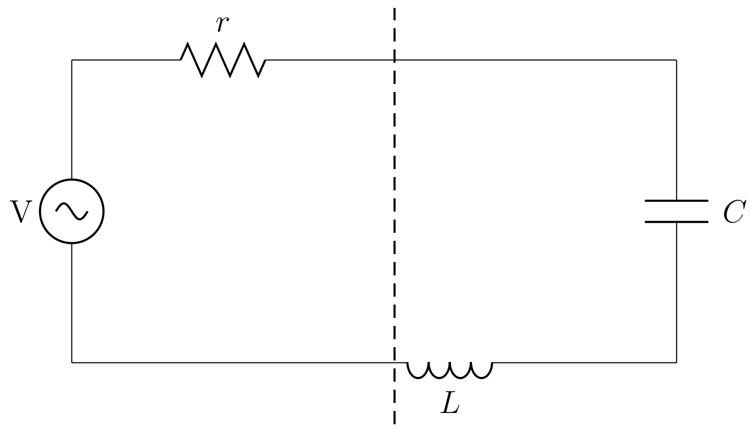


Figura 12: Modelo eléctrico de una sonda, efecto de impedancia.

La Figura 12 muestra el modelo de una sonda para analizar los efectos de la inductancia. Estos efectos se ven a frecuencias altas, ya que con su aumento crece la reactancia inductiva.

Nuevamente se supone que la entrada es una función escalón que se dispara en t_0. En estas condiciones la ecuación de la malla es

$$V(t) = \frac{Q(t)}{C} + ri(t) + L\frac{di(t)}{dt} = \frac{Q(t)}{C} + r\frac{dQ(t)}{dt} + L\frac{d^2Q(t)}{dt^2}. \tag{19}$$

Es conveniente escribir esta ecuación como

$$\frac{V(t)}{L} = Q(t)\omega_0^2 + 2\gamma\frac{dQ(t)}{dt} + \frac{d^2Q(t)}{dt^2} \tag{20}$$

En donde $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ es la frecuencia natural de la sonda, y $\gamma = r/2L$ es un factor disipativo, que tiende a frenar el estímulo.

La solución de (20) depende de la relación entre ω_0 y γ. Siendo 3 los posibles casos.

- Caso 1, $\omega_0 < \gamma$: La solución para $Q(t)$ es

$$Q(t) = V_0 C$$
$$+V_0 C \frac{\left(-\gamma - \sqrt{\gamma^2 - {\omega_0}^2}\right) e^{\left(-\gamma + \sqrt{\gamma^2 - {\omega_0}^2}\right)(t-t_0)} - \left(-\gamma + \sqrt{\gamma^2 - {\omega_0}^2}\right) e^{\left(-\gamma - \sqrt{\gamma^2 - {\omega_0}^2}\right)(t-t_0)}}{2\sqrt{\gamma^2 - {\omega_0}^2}} \tag{21}$$

y el voltaje, V_s, en la sonda es

$$V_s(t) = \frac{Q(t)}{C} + L\frac{di}{dt} = \frac{Q(t)}{C} + L\frac{d^2Q(t)}{dt^2} \tag{22}$$

$$V_s(t) = V_0\left(1 - \frac{\gamma}{\sqrt{\gamma^2 - {\omega_0}^2}}\left(e^{\left(-\gamma + \sqrt{\gamma^2 - {\omega_0}^2}\right)(t-t_0)} - e^{\left(-\gamma - \sqrt{\gamma^2 - {\omega_0}^2}\right)(t-t_0)}\right)\right) \tag{23}$$

En este caso $-\gamma \pm \sqrt{\gamma^2 - {\omega_0}^2}$ es siempre negativo, lo que hace que el término de la derecha tienda a 0 si $t \to \infty$.

- Caso 2, $\omega_0 = \gamma$: La solución de $Q(t)$ es

$$Q(t) = V_0 C - V_0 C\left(1 + \frac{2\,(t - t_0)\,{\omega_0}^2}{\gamma}\right) e^{-\gamma(t-t_0)}; \tag{24}$$

mientras que

$$V_s(t) = V_0 + 2V_0\,(1 - 2\gamma\,(t - t_0))\,e^{-\gamma(t-t_0)}. \tag{25}$$

Aquí también se cumple que el miembro de la derecha tiende a 0 si $t \to \infty$.

- Caso 3, $\omega_0 > \gamma$: En este caso es válida la misma solución del Caso 1, con la diferencia de que el término $\sqrt{\gamma^2 - {\omega_0}^2}$ es complejo. Esto se puede explicitar al escribirlo como $j\sqrt{{\omega_0}^2 - \gamma^2}$. Con lo que se obtiene

$$V_s(t) = V_0\left(1 - \frac{2\gamma}{\sqrt{{\omega_0}^2 - \gamma^2}} e^{-\gamma(t-t_0)} \sin\left(\sqrt{{\omega_0}^2 - \gamma^2}t\right)\right) \tag{26}$$

Nuevamente, el término de la derecha tiende a cero a medida que aumenta el tiempo.

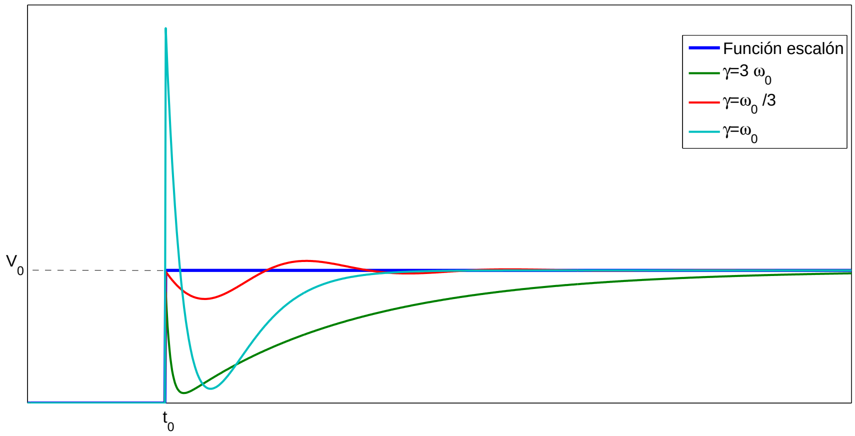
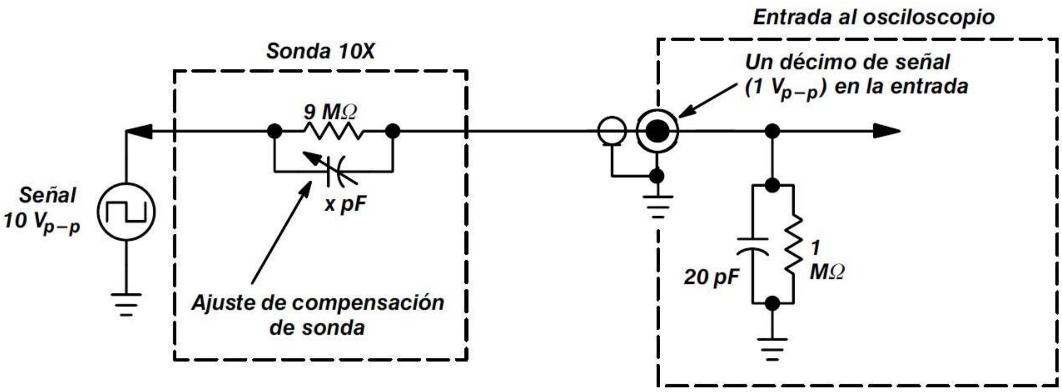


Figura 13: Respuesta de la sonda a una función escalón. Efecto de la inductancia

La Figura 13 muestra la gráfica correspondiente a los tres caso. El la figura se ven oscilaciones, que en una medición no son deseables. Estas oscilaciones se deben a la inductancia de la sonda, y para evitarlas, L debe ser lo más pequeña posible. Un L pequeño, se logra en gran medida, acortando el cable a tierra de la sonda, disminuyendo el largo del coaxial, o evitando que existan cables innecesariamente largos en los puntos en donde se desea medir.



Crédito: Conceptos Básicos de los Osciloscopios Analógicos y Digitales, 1993. Tektronix

Figura 14: Atenuación 10X de una sonda

Compensación de la sonda

Así como se puede hacer un modelo eléctrico de una sonda, también se puede hacer un modelo del osciloscopio. Este modelo no es diferente del desarrollado para la sonda, por lo tanto las conclusiones son las mismas: en general se desean una alta resistencia, mientras que la capacitancia e inductancia se prefieren bajas. La Figura 14 muestra el modelo eléctrico para la sonda y el osciloscopio. Ambos no contemplan la inductancia, pues en la mayoría de los casos, sus efectos son menores. Cuando se conecta la sonda con el osciloscopio, se deben equilibrar para obtener la mejor respuesta. Una de las posibilidades es ajustar la capacitancia de la sonda hasta obtener el rendimiento más óptimo, a esto se le llama compensar la sonda. Para eso se aplica una señal cuadrada de 1 KHz al osciloscopio y su sonda. Al idea es que la señal en el osciloscopio se vea lo más cuadrada posible. Si esto no ocurre, entonces se debe compensar la sonda. Esta compensación se hace moviendo un tornillo.

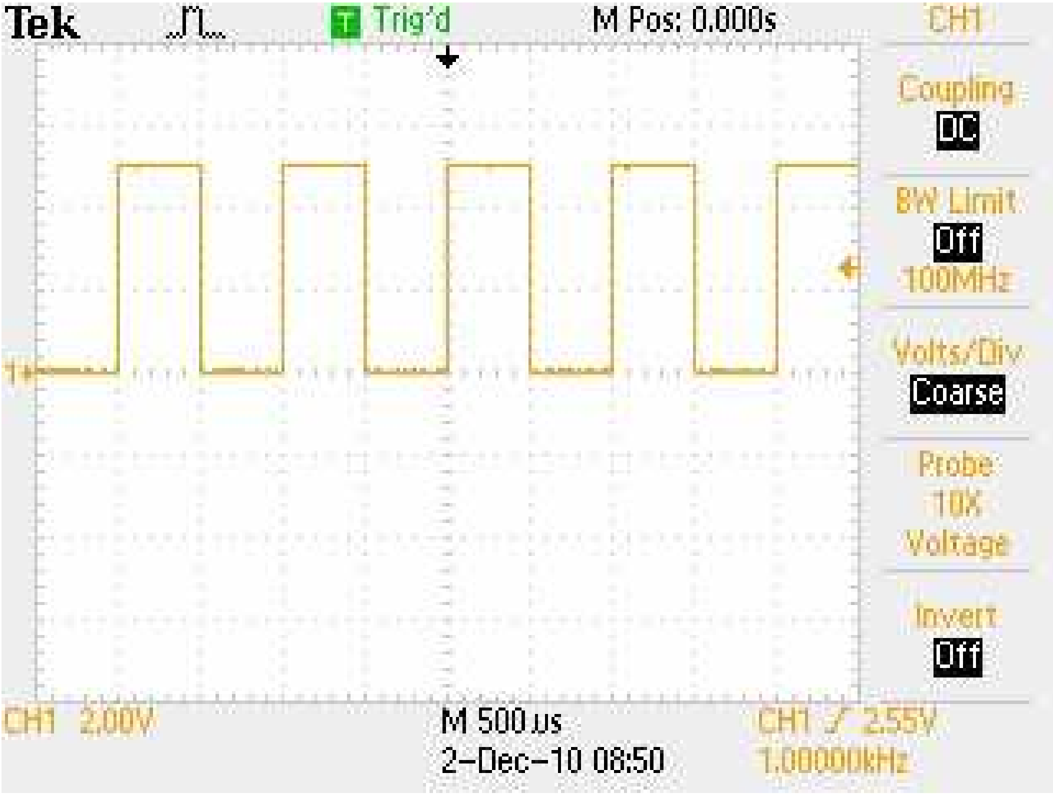
El tornillo para compensar la sonda, está en alguno de los dos extremos de ésta, y se debe ser girado con un destornillador no magnético.

Atenuación de la sonda

Como ya se dijo, en la mayoría de la veces se requiere que la sonda y el osciloscopio tengan una resistencia alta. Por otro lado, cuando se trabaja con frecuencias altas, la carga sobre el sistema en estudio aumenta producto de la capacitancia. Por tanto, para frecuencias por sobre los 5 KHz, los fabricantes recomiendan aumentar la resistencia del sistema osciloscopio-sonda. Para aumentar esta resistencia, se atenúa la sonda.

Los osciloscopios suelen tener una resistencia de entrada de $1\mathrm{M}\Omega$, luego para aumentar la resistencia del sistema osciloscopio-sonda, se fija la resistencia de la sonda en $9\mathrm{M}\Omega$ (ver Figura14). Esto hace que el sistema tenga una resistencia total de $10\mathrm{M}\Omega$. Como el osciloscopio tiene un $10\,\%$ de estos $10\mathrm{M}\Omega$, entonces la amplitud de la señal que mide es de un $10\,\%$ del valor real. A esto se le llama una atenuación de 10 veces, y se escribe como 10X. Si una sondas atenúan 100 veces, se le denomina 100X.

Para una sonda, que en lugar de atenúar amplifique, por ejemplo, en un factor de 10; recibirá la denominación de sonda amplificada en X10.



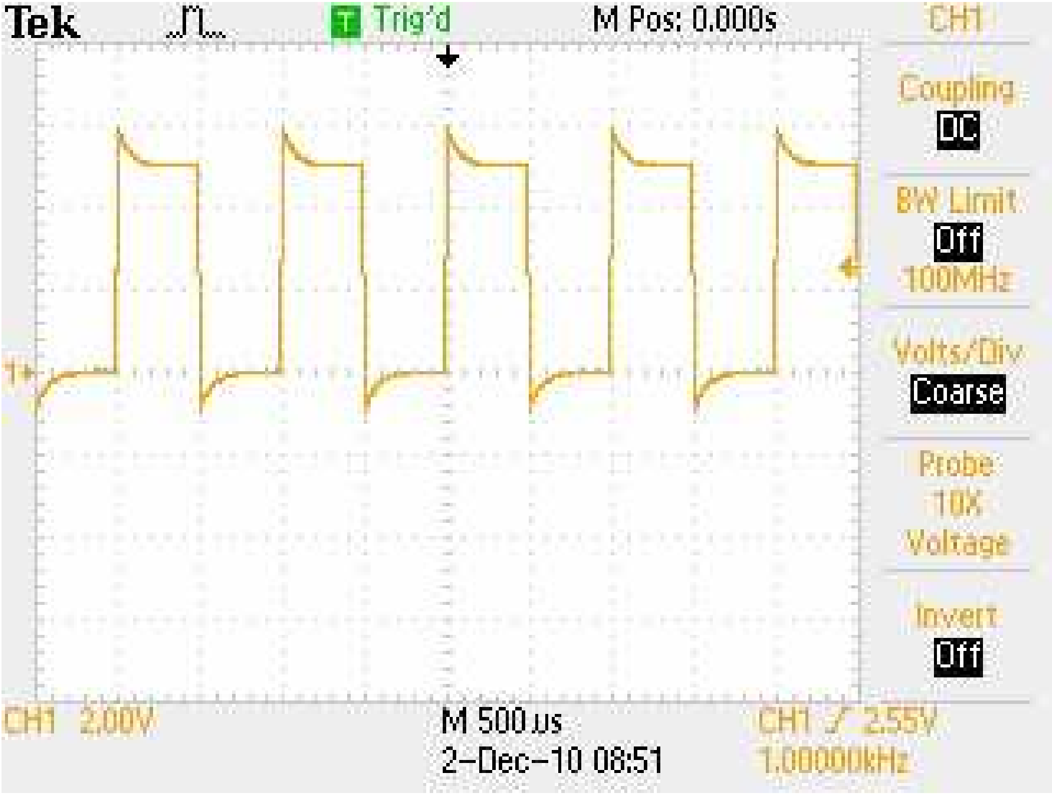
Crédito: Introducción a las sondas de osciloscopio. Guía del instructor, 2011.Tektronix

Figura 15: Sonda correctamente compensada.

2.3.2. Voltímetro

Los multímetros son instrumentos que miden la diferencia de potencial eléctrica entre dos puntos.

Existen voltímetros análogos y digitales, los primeros tienen una aguja que marca el valor del voltaje medido, mientras que los digitales muestran ese valor en una pantalla. Los análogos han sido superados por los digitales en muchos aspectos, sin embargo, los voltímetros análogos son útiles para tener una idea visual de la variación de un sañal. Por ejemplo, si un voltaje varía entre dos valores relativamente fijos, al usar un multímetro digital solo se vería un número cambiando continuamente en la pantalla. Sin embargo,



Crédito: Introducción a las sondas de osciloscopio. Guía del instructor, 2011.Tektronix

Figura 16: Sonda sobre compensada.

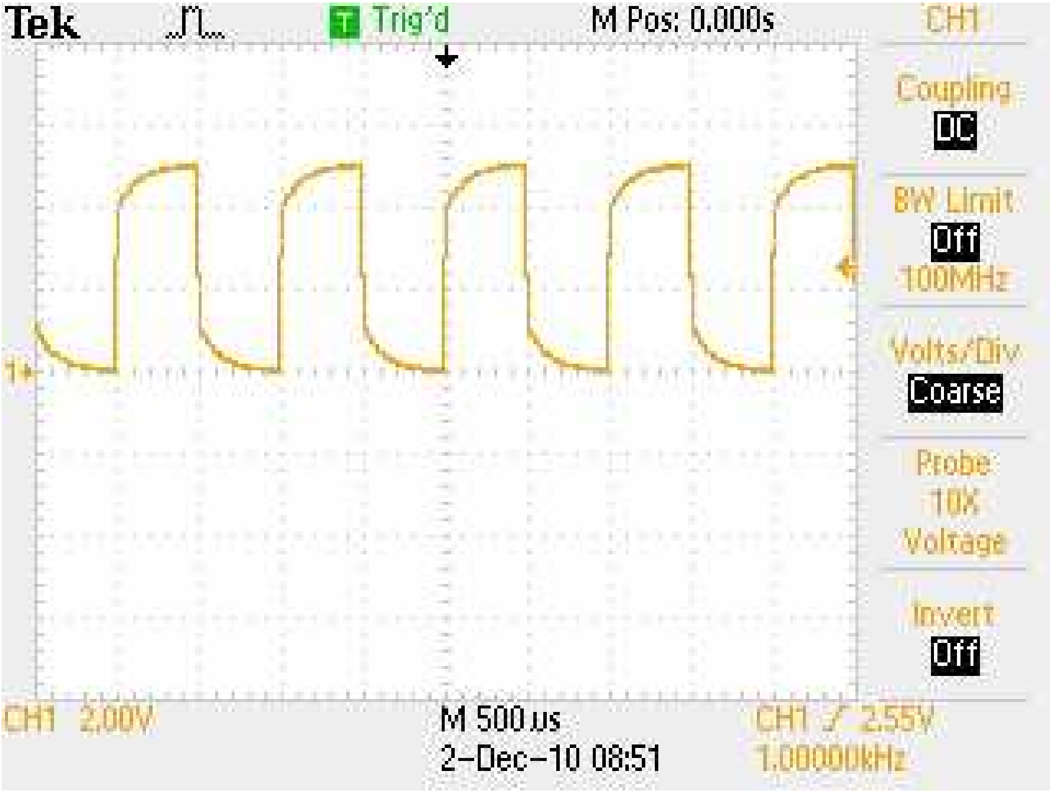
en un multímetro análogo, veríamos que su aguja se mueve entre dos límites, con una rapidez representativa de la variación temporal de la señal, lo que evidentemente da una mejor idea del tipo de señal bajo análisis.

Cuando se trabaja con un voltímetro, ya sea análogo o digital, es importante saber cómo éste afecta al circuito bajo prueba.

En la Figura 18 se ve un circuito reducido a su equivalente de *Thevenin* conectado a un voltímetro representado por la carga $\mathrm{Z_m}$. Para que el voltímetro mida de forma fidedigna, es necesario que en él caiga un voltaje $\mathrm{V_{th}}$. Sin embargo eso es imposible por la presencia de $\mathrm{Z_{th}}$. Con un simple análisis se establece que el voltaje $\mathrm{V_m}$ que lee el voltímetro es

$$V_m = V_{th}\left(\frac{Z_m}{Z_m + Z_{th}}\right) = V_{th}\left(\frac{1}{1+\frac{Z_{th}}{Z_m}}\right). \tag{27}$$

Para que el voltaje $\mathrm{V_m}$ sea lo más parecido a $\mathrm{V_{th}}$, es necesario que Z_{th}/Z_m sea cercano a 0, o dicho de otro modo $Z_{th} \ll Z_m$. Una regla de oro es usar usar



Crédito: Introducción a las sondas de osciloscopio. Guía del instructor, 2011.Tektronix

Figura 17: Sonda sub compensada.

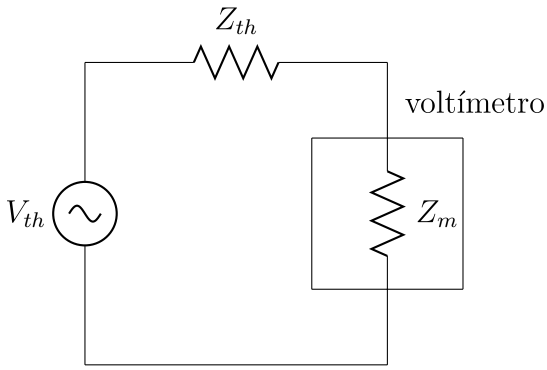


Figura 18: Efecto de carga de un voltímetro

un voltímetro con resistencia interna de al menos 100 veces la resistencia del sistema que se está midiendo. Si esta regla se cumple, la ecuación 28 queda

$$V_m = V_{th}\left(\frac{1}{1+\frac{1}{100}}\right) \approx 0{,}99 * V_{th}, \tag{28}$$

o sea, el voltaje que mide el voltímetro es un 99 % del voltaje real en los puntos en donde se pone el instrumento.

Otra forma de entender lo anterior, es decir que el voltímetro debe tener una resistencia alta, de forma que extraiga la menor corriente posible, para que así no cargue tanto al circuito.

Por último, a pesar de lo que se muestra en la Figura 18, que es una reducción del circuito a su equivalente de *Thevenin*, se deja en claro que el voltímetro siempre se debe conectar en paralelo con el dispositivo al cual se le desea medir el voltaje.

2.3.3. Amperímetro

Un amperímetro es un instrumento que mide la corriente que pasa por un determinado lugar de un circuito.

Al igual que en el caso anterior, hay amperímetros digitales y análogos.

A diferencia del voltímetro, un amperímetro se conecta en serie con el elemento al que se le desea medir la corriente que lo atraviesa. La Figura 19 ejemplifica esta idea, donde lo que se busca es medir la corriente a través de Z_0.

La corriente i_0 que pasa por Z_0 es V_s/Z_0, sin embargo la presencia del amperímetro hace que la corriente sea $V_s/(Z_0 + Z_A)$. Esta expresión se puede escribir como

$$i_0 = V_s\left(\frac{1}{Z_0 + Z_A}\right) = \frac{V_s}{Z_0}\left(\frac{1}{1+\frac{Z_A}{Z_0}}\right). \tag{29}$$

Para que la corriente sea lo más parecida a V_s/Z_0, es necesario que $Z_A \ll Z_0$. Esto se logra aplicando nuevamente la relación 1:100, con lo que la ecuación 29 se transforma en

$$i_0 = \frac{V_s}{Z_0}\left(\frac{1}{1+\frac{1}{100}}\right) \approx 0{,}99 * \frac{V_s}{Z_0}. \tag{30}$$

Con lo anterior, se logra que la corriente que mide el amperímetro es un 99 % del valor real.

Como conclusión general se puede decir que el voltímetro debe tener una resistencia alta. Mientras que el amperímetro debe tener una resistencia baja. Para el caso de un voltímetro, una resistencia alta aumenta el tiempo de subida (*rise time*), sin embargo esto puede ser de poca importancia, ya que este instrumento, en general, no se usa para medir señales rápidas.

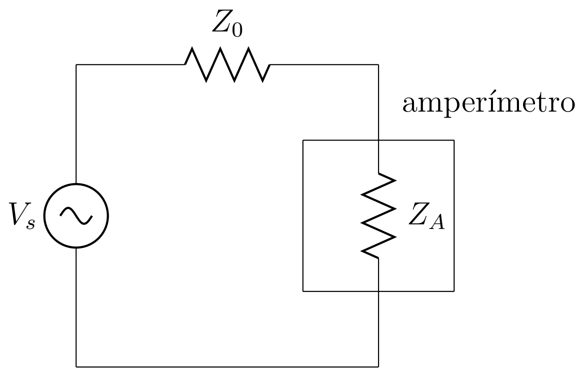


Figura 19: Amperímetro

2.3.4. Multímetro digital

Los multímetros digitales permiten medir voltaje, corriente, resistencia, continuidad, etc.

Los principios que ocupa el multímetro para medir corriente y voltaje, son los expuestos anteriormente para el voltímetro y el amperímetro.

Uno de los principales usos de un multímetro, es medir resistencias.

Para medir resistencias, el multímetro se pone en paralelo con el resistor (Ver Figura 20).

El multímetro hace pasar una corriente por la resistencia R que se desea medir, midiendo al mismo tiempo el voltaje que en ella cae. Sin embargo, la presencia del multímetro afecta la medición, pues la resistencia medida ,$\mathrm{R_T}$, está influenciada por la resistencia r del instrumento. En estas condiciones la resistencia $\mathrm{R_T}$ se relaciona con R y r por

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R} + \frac{1}{r}. \tag{31}$$

Para que la medida sea lo más fidedigna posible, es necesario que $R_T \approx R$. La expresión 31 se puede escribir como

$$R_T = R\left(\frac{1}{1+\frac{R}{r}}\right), \tag{32}$$

con lo que se observa que r debe ser mucho mayor que R.

Cuando la relación anterior no se cumple, suelen haber problemas, sobre todo con resistencias por sobre los MΩ [8].

Los multímetros también presentan problemas con resistencias muy bajas, ya que los ruidos o la resistencia de las sondas producen inexactitud. Para evitar esto, algunos multímetros tienen la opción RELΔ, que permite sustraer de la lectura la resistencia de las sondas del multímtros. La opción RELΔ (*Relative mode*), pone la lectura en cero, por tanto cualquier valor que lea el instrumento, tendrá su origen a partir de ese cero impuesto. Para medir resistencias pequeãs usando RELΔ, se ponen las sondas en corto circuito, una vez que la lectura se estabiliza, se presiona RELΔ. Con esto, la lectura ignora la resistencia de las sondas. Esta opción, si se cuenta con ella, es recomendable usarla con resistencias menores a los 1 ó 2 Ω.

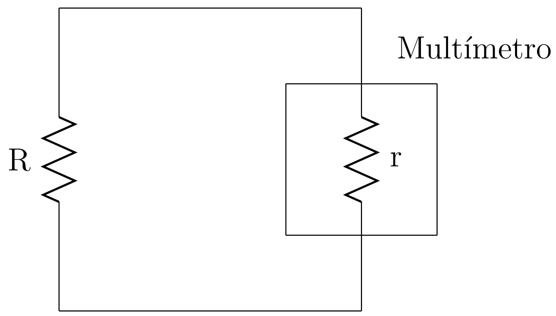


Figura 20: Multímetro midiendo resistencia

2.3.5. Valores medios

Cuando una señal varía en el tiempo, es necesario obtener un valor que la represente parcial o totalmente. Un parámetro que cumple ese cometido es el promedio o valor medio.

Si una señal s(t) toma los valores s_1, s_2, s_3,....,s_n en los intervalos de tiempo Δt_1, Δt_2, Δt_3,....,Δt_n, respectivamente, entonces el valor medio ponderado en el tiempo es

$$S_{med} = \frac{s_1\Delta t_1 + s_2\Delta t_2 + s_3\Delta t_3 + ... + s_n\Delta t_n}{\Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3 + ... + \Delta t_n} \tag{33}$$

[8]Los multímetros suelen tener resistencia del orden de 1 a 10 MΩ

$$= \frac{\sum_{i=1}^{n} s_i \Delta t_i}{\sum_{i=1}^{n} \Delta t_i} = \frac{1}{t} \sum_{i=1}^{n} s_i \Delta t_i. \tag{34}$$

Esta es claramente una definición general, por tanto s(t) puede ser el voltaje, la corriente, o alguna otra cantidad o función.

La ecuación 34 es de naturaleza discreta, pero se puede extender para el caso continuo cambiando la sumatoria por una integral, y el ancho del intervalo Δt_i por el infinitesimal dt, con lo que se obtiene

$$S_{med} = \frac{1}{t} \int_0^t s(t) dt \tag{35}$$

Cuando se trabaja con una señal periódica, el tiempo t, usado para promediar, se cambia por el período T, por tanto las ecuaciones 34 y 35 se transforman en

$$S_{med} = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^{n} s_i \Delta t_i. \tag{36}$$

y

$$S_{med} = \frac{1}{T} \int_0^T s(t) dt, \tag{37}$$

respectivamente.

EJERCICIO 1

Obtener el valor medio de un voltaje dado por $v(t) = V_0 \sin(\omega t)$, donde la amplitud V_0 y la frecuencia ω son constantes.

Solución: de la ecuación 37

$$V_{med} = \frac{1}{T} \int_0^T v(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T V_0 \sin(\omega t) dt, \tag{38}$$

$$= \frac{V_0}{\omega T} \left(1 - \cos(\omega T)\right), \tag{39}$$

como $\omega = 2\pi f = 2\pi/T$, entonces

$$\frac{V_0}{\omega T} \left(1 - \cos\left(\frac{2\pi}{T} T\right)\right) = 0, \tag{40}$$

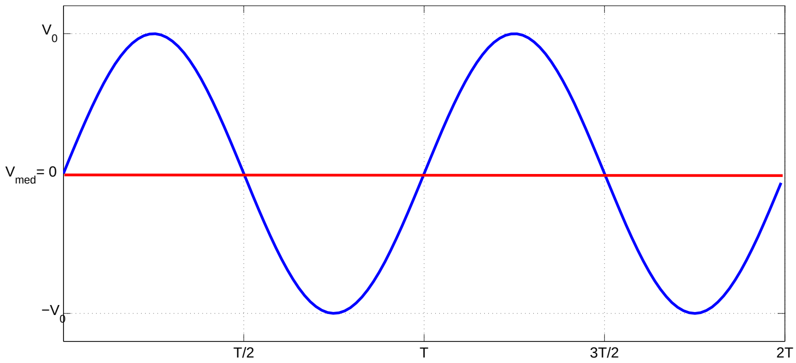


Figura 21: Valor medio de una senoidal

La Figura 21 muestra la gráfica de la señal y el valor de V_{med}, ahí se observa que efectivamente el promedio de la señal es 0, ya que en el período T, la curva es simétrica con respecto al eje x.

EJERCICIO 2

Obtener el valor medio del voltaje anterior después de pasar por un rectificador de onda completa ideal.

Solución: El rectificador invierte el ciclo negativo, por tanto la señal es la representada en la Figura 22, luego.

$$V_{med} = \frac{1}{\left(\frac{T}{2}\right)} \int_0^{\frac{T}{2}} V_0 \sin(\omega t) dt, \tag{41}$$

$$= \frac{2V_0}{\omega T}\left(1 - \cos\left(\omega \frac{T}{2}\right)\right), \tag{42}$$

como $\omega = 2\pi f = 2\pi/T$, entonces

$$\frac{2V_0}{\frac{2\pi}{T}T}\left(1 - \cos\left(\frac{2\pi}{T}\frac{T}{2}\right)\right) = \frac{2V_0}{\pi}, \tag{43}$$

EJERCICIO 3

Obtener el valor medio de la corriente mostrada en la Figura 23

Solución:

$$I_{med} = \frac{1}{T}\int_0^T i(t)dt = \frac{1}{T}\int_0^W i_0 dt + \frac{1}{T}\int_W^T 0 dt, \tag{44}$$

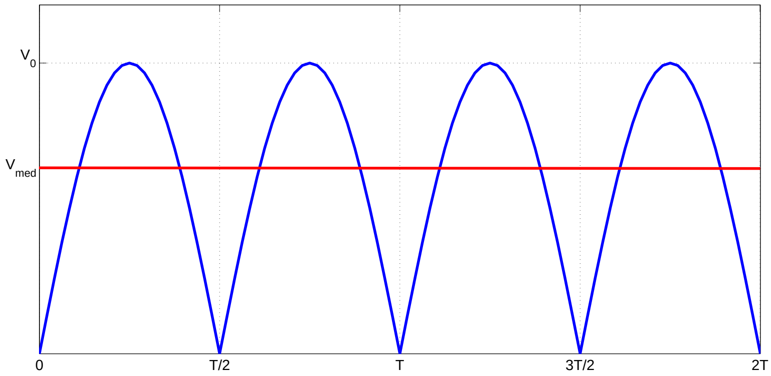


Figura 22: Valor medio de una senoidal rectificada

$$= i_0 \frac{W}{T} = i_0 D \tag{45}$$

Aquí D, es la razón entre el tiempo en que la señal está en alto, con respecto al tiempo total. A este valor se le suele llamar ciclo de trabajo (*duty cycle*), y se expresa como razón o porcentaje. Por ejemplo, un ciclo de trabajo de D=0.4 es lo mismo que decir un ciclo de trajo de un 40 %.

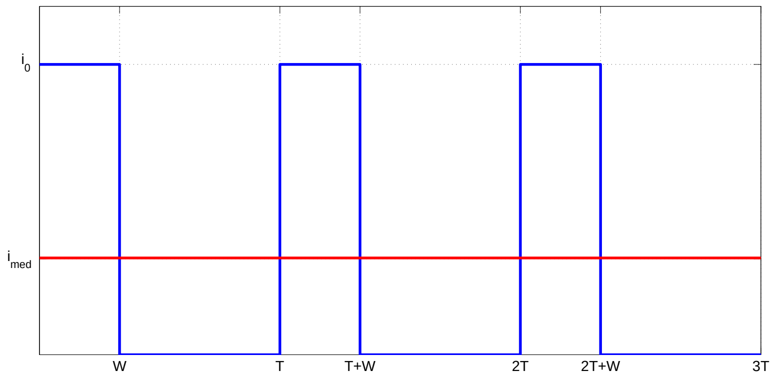


Figura 23: Valor medio de una onda cuadrada

2.3.6. Valores eficaces (*RMS*)

El concepto de valor medio es aplicable a cualquier función. Por tanto es frecuente determinar el valor medio de la potencia.

Suponiendo una señal períodica, la potencia media disipada por efectos inductivos y capacitivos es 0, por lo cual la potencia media disipada por un sistemas, bajo estas característica, depende solo de la resistencia. En base a esto, la potencia media se puede escribir como

$$P_{med} = \frac{1}{T}\int_0^T p(t)dt. \tag{46}$$

Si $\mathrm{P}_{\mathrm{med}}$ se expresa en función del voltaje, entonces

$$P_{med} = \frac{1}{T}\int_0^T p(t)dt = \frac{1}{T}\int_0^T \frac{v(t)^2}{R}dt. \tag{47}$$

$$= \frac{1}{R}\left(\frac{1}{T}\int_0^T v(t)^2 dt\right) \tag{48}$$

$$= \frac{V_{rms}^2}{R}, \tag{49}$$

donde el termino entre paréntesis se ha sustituido por $\mathrm{V}_{\mathrm{rms}}^2$.

El termino $\mathrm{V}_{\mathrm{rms}}$ se suele llamar valor eficaz del voltaje, raíz cuadrática media del voltaje, o voltaje RMS (del inglés *Root Mean Square*).

La ecuación 49 muestra que la potencia media, que es un valor constante, depende del valor eficaz del voltaje. A raíz de esto, se suele decir que el voltaje eficaz es el valor que produce la misma disipación de potencia que un voltaje en continua de la misma magnitud.

El desarrollo anterior también se puede hacer con la corriente, obteniendo

$$P_{med} = \frac{1}{T}\int_0^T p(t)dt = \frac{1}{T}\int_0^T i(t)^2 R dt. \tag{50}$$

$$= R\left(\frac{1}{T}\int_0^T i(t)^2 dt\right) \tag{51}$$

$$= I_{rms}^2 R, \tag{52}$$

donde $\mathrm{I}_{\mathrm{rms}}$ es la corriente eficaz, raíz cuadrática media de la corriente, o corriente RMS.

EJERCICIO 4

Obtener el valor eficaz del voltaje del EJERCICIO 1.

Solución: de la definición de voltaje eficaz,

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T v(t)^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T V_0^2 \sin^2(\omega t) dt}, \tag{53}$$

Usando la identidad trigonométrica $\sin^2(\theta) = (1 - \cos(2\theta))/2$,

$$= \sqrt{\frac{V_0^2}{T}\int_0^T \frac{1}{2}(1 - \cos(2\omega t))dt} = \sqrt{\frac{V_0^2}{T}\frac{1}{2}\left(T - \frac{\sin(2\omega T)}{2\omega}\right)}. \tag{54}$$

Como $\omega = 2\pi/T$

$$= \sqrt{\frac{V_0^2}{2T}\left(T - \frac{T\sin(4\pi)}{4\pi}\right)} \tag{55}$$

$$= \frac{V_0}{\sqrt{2}}. \tag{56}$$

EJERCICIO 4 (propuesto)

Obtener el valor eficaz de las señales de los EJERCICIO 2 y EJERCICIO 3.

Respuestas: $V_0/\sqrt{2}$; $i_0\sqrt{D}$.

2.3.7. Valor eficaz promedio y valor eficaz verdadero (*RMS* y *True RMS*)

Cuando un multímetro mide una señal variable, éste debe estar configurado en modo AC. En modo AC, el aparato entrega el valor RMS de la señal. Sin embargo, la forma de obtener este valor es distinto si el multímetro es *RMS* o *true RMS*.

2.3.7.1 Multímetro de valor eficaz promedio (*RMS*)

Un multímetro *RMS* rectifica la señal, suponiendo en todo momento que ésta es senoidal. Después de la rectificación, obtiene el valor medio, y a partir de ahí, determina el valor *RMS*. En otras palabras, considera que la señal es similar a la del EJERCICIO 1 (ver Figura 21), la que al ser rectificada, queda como la señal del EJERCICIO 2 (ver Figura 22). Luego obtiene el valor medio de esta señal, que según la ecuación 43, está dado por

$$V_{med} = \frac{2V_0}{\pi}. \tag{57}$$

Una vez medido este valor, determina matemáticamente el *RMS*, usando la ecuación 56:

$$V_{rms} = \frac{V_0}{\sqrt{2}}. \tag{58}$$

De las ecuaciones 57 y 58 se tiene,

$$V_{rms} = \frac{\pi V_{med}}{2\sqrt{2}} \approx V_{med} * 1{,}11. \tag{59}$$

En otras palabras, el multímetro mide el valor medio de la señal rectificada, $\mathrm{V_{med}}$, y lo multiplica por 1,11. El desarrollo anterior es similar para medir el valor *RMS* de una corriente.

Es claro que un multímetro que usa este método fallará al medir una señal que no sea senoidal.

2.3.7.2 Multímetro de valor eficaz verdadero (*true RMS*)

Un multímetro *true RMS*, mide la señal sobre un período de tiempo, y luego determina matemátiamente el valor *RMS*. Por tanto este instrumento entrega el valor *RMS* real para cualquier señal.